

Optimierung von Raketenflugbahnen

Schule: Greselius Gymnasium Bramsche

Schuljahr: 2025/26

Kurs: Astronomie

Verfasser: Maxim Redikop

Lehrkraft: Herr Riemer

Abgabe: 02.03.2026

Ort: Bramsche

Inhaltsverzeichnis

0	Nomeklatur	1
1	Einleitung	1
2	Raketentrajektorie	2
2.1	Vertikaler Start	2
2.2	Gravity turn	4
2.3	Orbitaler Einschluss	6
2.4	Stufentrennung	7
3	Simulation	8
3.1	So machts die Nasa	8
3.2	2D Simulation in Python	9
4	Fazit	10
5	Quellen	11
5.1	Verwendete KI Tools	12

0 Nomenklatur

- t - Zeit [s]
- h - Höhe [m]
- v - Geschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
- a - Beschleunigung [$\frac{m}{s^2}$]
- F - Kraft [N]
- m - Masse [kg]
- D - Luftwiderstand [N]
- T - Schubkraft [N]
- g - Erdbeschleunigung [$\frac{m}{s^2}$] ($\approx 9,81 \frac{m}{s^2}$)
- ρ - Luftdichte [$\frac{kg}{m^3}$]
- C_D Widerstandsbeiwert [-]
- A - Referenzfläche [m^2]
- v_e - Effektive Ausströmgeschwindigkeit [$\frac{m}{s}$]
- β - Flightpitchangle [-]
- α - Angle of Attack [-]
- n - Schub-zu-Gewicht-Verhältniss [-] ($= \frac{F}{mg}$)
- r - Abstand zum Erdmittelpunkt [m]
- M - Masse der Erde [kg] ($\approx 5,97 \cdot 10^{24} kg$)
- G - Gravitationskonstante [$\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$] ($\approx 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$)
- R_E Radius der Erde [m] ($\approx 6.371 \cdot 10^3 m$)
- C_L Auftriebsbeiwert [-]
- I_{sp} Spezifischer Impuls [s]

1 Einleitung

Auf den ersten Blick erscheint es kontraproduktiv, dass Raketen kurz nach dem Start in eine gekrümmte Flugbahn übergehen, statt auf dem kürzesten Weg nach oben zu fliegen. Doch genau darin liegt der Denkfehler, denn der kürzeste Weg ist meist nicht der effizienteste. Durch die Wahl der richtigen Raketenflugbahn sollen unnötige Energieverluste durch Gravitation und Luftwiderstand minimiert und der Treibstoffverbrauch möglichst gering gehalten werden. Dies präzise zu berechnen ist jedoch nicht einfach, da die Schwierigkeit darin besteht, aerodynamische Kräfte, Gravitation, Erdkrümmung und Triebwerksleistung über die verschiedenen Flugphasen hinweg gleichzeitig zu berücksichtigen.

Doch diese Berechnungen allein reichen nicht aus. Die Vielzahl an variablen Parametern – vom sinkenden Gewicht durch den Treibstoffverbrauch bis hin zur sich ständig ändernden Luftdichte – macht eine rein analytische Lö-

sung auf dem Papier nahezu unmöglich. Unternehmen wie SpaceX müssen daher vor jedem Start tausende Simulationen durchspielen, um die bestmögliche Trajektorie zu finden. In sogenannten Monte-Carlo-Simulationen werden Parameter wie Windstärke, Windrichtung oder kleinste Schubabweichungen variiert, um sicherzustellen, dass die Rakete während des gesamten Fluges stabil bleibt.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, die einzelnen Flugphasen einer Raketentrajektorie mathematisch zu untersuchen und durch Simulationen eine optimale Trajektorie zu finden. Dadurch soll ein grundlegendes Verständnis darüber vermittelt werden, wie Raketenbahnen in der Raumfahrtbranche optimiert und berechnet werden. Anschließend folgt eine eigene Simulation in Python mit einem abschließenden Fazit.

2 Raketentrajektorie

Um zu verstehen, wie eine Raketentrajektorie optimiert wird, muss zunächst nachvollzogen werden, wie die einzelnen Flugphasen ablaufen und wie man diese mathematisch beschreibt. Hierzu werden im Folgenden wesentliche Grundbegriffe geklärt:

- **Angle of Attack (Anstellwinkel):** Der Winkel zwischen der Körperlängsachse und dem Geschwindigkeitsvektor.
- **Pitch Angle (Nickwinkel):** Der Winkel zwischen der Körperlängsachse und dem Horizont.
- **Flight Path Angle (Flugbahnwinkel):** Der Winkel zwischen dem Geschwindigkeitsvektor und dem Horizont.

Zudem gilt der Zusammenhang:

$$\text{Pitch Angle} = \text{Flight Path Angle} + \text{Angle of Attack} \quad (1)$$

[vgl. 12]

2.1 Vertikaler Start

Der vertikale Start, auch *Lift-off* genannt, ist die erste Phase eines Raketenfluges. Dass die Rakete genau vertikal startet, d. h. $\text{Pitch Angle} = 0^\circ$ und $\text{Flight Path Angle} = 0^\circ$, hat schon mehrere Optimierungsgründe. Man

möchte die dichte, bremsende Atmosphäre so schnell wie möglich durchqueren. Wie wir später beim Gravity Turn sehen werden, soll die Rakete jedoch so geneigt werden, dass sie möglichst horizontal fliegt. Warum startet man dann nicht direkt horizontal? Das liegt daran, dass die Rakete durch die massiven Kräfte unter ihrem eigenen Gewicht zusammenbrechen würde. Zum Vergleich: Die Airbus A380-800, die horizontal startet, darf ein Gewicht von 560 Tonnen nicht überschreiten. Die Saturn V wog hingegen etwa 5000 Tonnen. [vgl. 15]

Die Grundgleichungen beim Aufstieg lauten dabei:

$$\frac{dh}{dt} = v \quad (2)$$

wobei $h(t)$ die Höhe der Rakete in Abhängigkeit von der Zeit darstellt und v entsprechend die Geschwindigkeit. Dass man hier die Ableitung der Höhe gleich der Geschwindigkeit der Rakete setzen kann, liegt daran, dass die Rakete gerade nach oben fliegt und die zurückgelegte Strecke gleich der Höhe ist.

Außerdem gilt für die Beschleunigung a :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{F}{m} \quad (3)$$

Dies ergibt sich aus dem 2. Newtonschen Gesetz.

Die Gesamtkraft setzt sich dann aus der Gewichtskraft mg , dem Luftwiderstand D und dem Schub T zusammen. Dann gilt:

$$F = \begin{cases} -mg - D + T & \text{für } v > 0 \\ -mg + D - T & \text{für } v < 0 \end{cases} \quad (4)$$

Die Fallunterscheidung hat den Grund, dass D und T je nach Bewegungsrichtung die Gesamtkraft verstärken oder abschwächen, während die Gewichtskraft mg stets nach unten wirkt.

Für den Luftwiderstand gilt:

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 C_D A \quad (5)$$

Für die Luftdichte ρ verwenden wir ein vereinfachtes Modell, bei dem die Luftdichte alle 5500 m halbiert wird:

$$\rho(h) = \rho_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{h}{5500}} \quad (6)$$

ρ_0 ist die Luftdichte auf Meereshöhe, $\rho_0 \approx 1,225 \text{ kg/m}^3$. Die Referenzflä-

che A ist prinzipiell frei wählbar. In der Raketendynamik wird üblicherweise die Stirnfläche der Rakete als Referenzfläche verwendet.

Die Schubkraft hängt mit dem Masseverlust der Rakete zusammen und lautet entsprechend:

$$T = \dot{m} v_e \quad (7)$$

Sie setzt sich zusammen aus dem zeitlichen Masseverlust und der effektiven Ausströmgeschwindigkeit der Gase.

Setzt man alle Gleichungen zusammen, ergibt sich folgendes Gleichungssystem:

$$\frac{dh}{dt} = v \quad (8)$$

$$\frac{dv}{dt} = -g - \frac{1}{2} \frac{\rho v |v| C_D A}{m} + \frac{v |v| \frac{dm_{fuel}}{dt} \cdot u_e}{m} \quad (9)$$

$$\frac{dm}{dt} = - \frac{dm_{fuel}}{dt} \quad (10)$$

Hier wurde v^2 durch $v|v|$ ersetzt, damit man je nach Richtung das korrekte Vorzeichen hat. Durch das Einberechnen des Luftwiderstandes existiert keine analytische Lösung des Differentialgleichungssystems und man muss es numerisch integrieren. [vgl. 14]

2.2 Gravity turn

Nach dem Liftoff kann die Rakete ab einer bestimmten Höhe von 100–200 m gekippt werden, also bis sie über dem Startkomplex ist. Beim Kippen der Rakete, auch Pitch-over-Manöver genannt, wird der Pitch Angle verkleinert, zum Beispiel von 90° auf 80° . Beim Ändern des Pitch Angles richtet sich der Geschwindigkeitsvektor jedoch nicht sofort aus. Das heißt, man hat kurz einen kleineren Anstellwinkel. Dies ist jedoch kein Problem, solange die Rakete langsam ist. Man wartet dann, bis der Angle of Attack wieder bei 0° ist. Beim Gravity Turn gilt dann immer Pitch Angle = Flightpathangle. Also gibt es keinen Anstellwinkel, wodurch die Rakete nur von vorn angeströmt wird. Die Gravitation erzeugt dann ständig eine senkrechte Fallbeschleunigung, also einen Geschwindigkeitsvektor nach unten, der die Rakete dann immer weiter neigt. Das heißt, die Vektoren der Geschwindigkeit und die der Rakete rotieren. [vgl. 12]

Dieses Manöver nutzt man, um eine Rakete in den Orbit zu bekommen. Dabei nutzt man die Gravitation, um den Flugpfad zu formen, statt den ei-

genen Schub zu nutzen und Energie zu verschwenden. [vgl. 16]

Was dabei interessant zu beobachten ist, ist, dass Raketen immer Richtung Osten fliegen. Dies liegt an der Rotation der Erde, die sich von Westen nach Osten dreht, wodurch die Rakete diesen zusätzlichen Schwung mitnimmt. Befindet man sich beispielsweise auf einem Karussell und will einen Ball auf eine bestimmte Geschwindigkeit bringen, dann muss man ihn in Drehrichtung des Karussells werfen, um diesen zusätzlichen Schwung mitzunehmen und weniger Kraft aufbringen zu müssen. "Auf Raketen bezogen heißt das: Um ein Raumschiff mit der ausreichenden Geschwindigkeit auszustatten, damit es die Erdanziehung überwindet und in die Umlaufbahn gelangt, ist beim Start in östlicher Richtung weniger Treibstoff erforderlich." [Zitat 8] Außerdem liegen Startplätze meist äußerst nahe am Äquator, da dort die Erdrotation am schnellsten ist und man am meisten Schub mitnehmen kann. Vergleichsweise ist die Umfangsgeschwindigkeit der Erde nahe dem Äquator circa 1670 km/h. Der Wert für München liegt dann bei nur 1115 km/h. [vgl. 8]

Der einfachste Fall eines Gravity Turns lässt sich beschreiben durch eine Punktmasse in einem homogenen Gravitationsfeld ohne Luftwiderstand:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} - mg \hat{k} \quad (11)$$

dabei ist $\hat{k}$ der Einheitsvektor in die vertikale Richtung.

Wenn man nun annimmt, dass der Schubvektor parallel zur Geschwindigkeit wirkt und die einzelnen Bewegungskomponenten parallel beziehungsweise senkrecht zur Geschwindigkeit aufteilt, ergibt sich ein System an Differenzialgleichungen [vgl. 16]:

$$\begin{aligned} \dot{v} &= g(n - \cos \beta), \\ v \dot{\beta} &= g \sin \beta, \end{aligned} \quad (12)$$

β soll dabei der Flightpitchangle sein, als der Winkel zwischen Geschwindigkeitsvektor und Horizontalen, der definiert ist durch $\beta = \arccos(\vec{\tau} \cdot \hat{k})$ mit $\vec{\tau} = \frac{\vec{v}}{v}$ [vgl. 1]

Berücksichtigt man jedoch den Luftwiderstand aus Gleichung (5), ergibt sich für die Geschwindigkeit v :

$$\frac{dv}{dt} = \frac{T}{m} \cos \alpha - \frac{MG}{r^2} \sin \beta - \frac{1}{2} \frac{\rho v^2 C_D A}{m} \quad (13)$$

Um den Beitrag des Schubs hervorzuheben und alle anderen Terme als Verluste zu betrachten, lässt sich (13) auch schreiben als:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{T}{m} - \frac{MG}{r^2} \sin(\beta) - \frac{1}{2} \frac{\rho v |v| C_D A}{m} - \frac{T}{m} (1 - \cos(\alpha)) \quad (14)$$

Diese Gleichung lässt sich dann über die Zeit von t_0 (Startzeit) bis t_{b1} (Endzeit) integrieren:

$$\Delta V_1 = \int_{t_0}^{t_{b1}} \frac{T}{m} dt - \int_{t_0}^{t_{b1}} \frac{MG}{r^2} \sin \beta dt - \int_{t_0}^{t_{b1}} \frac{1}{2} \frac{\rho v |v| C_D S}{m} dt - \int_{t_0}^{t_{b1}} \frac{T}{m} (1 - \cos \alpha) dt \quad (15)$$

Dann erhält man die Verlustgleichung, die eine Aussage über die tatsächlich erreichte Geschwindigkeit gibt.

Die Tsiolkovskigleichung für den idealen Schub lautet:

$$\Delta v_{Tz} = g I_{sp} \ln \left(\frac{m_0}{m_f} \right) \quad (16)$$

Setzt man alle Gleichungen zusammen, ergibt sich folgendes differenziales Gleichungssystem mit Berücksichtigung von Luftwiderstand:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{T}{m} - \frac{MG}{r^2} \sin \beta - \frac{1}{2} \frac{\rho v^2 C_D A}{m} \quad (17)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{ds}{dt} \frac{1}{R_E} - \frac{MG}{r^2 v} \cos \beta + \frac{1}{2} \frac{\rho v C_L S}{m} \quad (18)$$

$$\frac{dh}{dt} = v \sin \beta \quad (19)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{R_E}{r} v \cos \beta \quad (20)$$

[vgl. 9] Diese Gleichungen werden im allgemeinen Fall numerisch integriert, da keine geschlossene analytische Lösung existiert.

2.3 Orbitaler Einschluss

Nach einem gelungenen Gravity Turn ab einer Höhe von mindestens 200 km kann die Rakete in die Phase des orbitalen Einschlusses übergehen. Um das zu schaffen, muss die Rakete eine bestimmte Geschwindigkeit erreichen, um nicht auf die Erde zurückzufallen.

Die notwendige Umlaufgeschwindigkeit ergibt sich aus:

$$v = \sqrt{\frac{MG}{r}} \quad (21)$$

Das Produkt von MG bei der Erde ist bekannt und beträgt in etwa $3,986 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}$. Geht man nun davon aus, dass man in einer Höhe von ungefähr 200 km ist, gilt für die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{3,986 \cdot 10^{14} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2}}{6.571.000 \text{ m}}} \approx 7,97 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Der Luftwiderstand ist hier vernachlässigbar, da die Luftdichte hier $\rho \approx 10^{-10} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ beträgt und der Luftwiderstand somit auf 0 gerundet werden kann.

2.4 Stufentrennung

Was bei der Stufentrennung wichtig zu beachten ist, ist, dass nicht jede Rakete eine Stufenrakete ist. Die Raumfahrttraketen werfen immer mindestens eine Stufe ab, und je nach Mission und Modell können 2–3 Stufen abgeworfen werden.

Raumfahrttraketen bestehen aus mehreren Stufen, welche jeweils nacheinander gezündet und schließlich abgeworfen werden, nachdem sie fertiggebrannt sind, denn diese Tanks wären nur zusätzliche Nutzlast, was mehr Treibstoffverbrauch zur Folge hat und die Effizienz des Fluges erheblich beeinträchtigen würde. Außerdem wird mit jeder abgeworfenen Stufe nicht nur Gewicht eingespart, sondern auch die Beschleunigung optimiert, da eine leichtere Rakete weniger Treibstoff benötigt. Dieses Design macht es überhaupt erst möglich, dass Raketen in den Weltraum kommen, und basiert auf der Notwendigkeit, die Effizienz des Fluges zu maximieren und die Grenzen der Physik zu überwinden. [vgl. 3]

"Jede Stufe hat ihren eigenen Treibstofftank, Triebwerke und spezifische Aufgaben, die darauf ausgelegt sind, die Rakete näher an ihr Ziel zu bringen." [Zitat 3] In numerischen Simulationen wird die Stufentrennung als diskrete Massenänderung modelliert, wodurch sich das Schub-zu-Gewicht-Verhältnis sprunghaft erhöht.

Die Saturn V hatte beispielsweise 3 Hauptstufen: S-IC, S-II und S-IVB, die für die Apollo-Mission, also die Mondlandung, genutzt wurden. Die erste Stufe, S-IC, war für den Start und die ersten 67 km verantwortlich. Die zwei-

te Stufe, S-II, beschleunigte die Rakete dann in Richtung Erdumlaufbahn, wodurch die Saturn V Rakete dann die Erde umrundet hat. Die dritte Stufe, S-IVB, brachte die Rakete dann von der Erdumlaufbahn weiter zum Mond. Die erste Stufe war dabei die stärkste und verfügte über das meiste Treibstoff, da sie die Rakete vom Boden aus auf 67 km Höhe bringen muss und das durch den Luftwiderstand und den vertikalen Start am meisten Energie erfordert. [vgl. 4]

Auch dies mathematisch zu modellieren, ist möglich. Dafür verwenden wir die Ziolkowski-Raketengleichung, die aus der Impulserhaltung hergeleitet wird:

$$\Delta v = v_e \ln \left(\frac{m_0}{m_f} \right)$$

Dabei ist Δv die erreichbare Geschwindigkeitsänderung, v_e die Ausströmgeschwindigkeit des Triebwerks (effektiver Austritt), m_0 die Masse am Beginn der Stufe (inklusive Treibstoff) und m_f die Masse am Ende der Stufe (ohne Treibstoff, ggf. inklusive Oberstufen). Bei Raketen mit n Stufen gilt dann:

$$\Delta v_{\text{Gesamt}} = \sum_{k=1}^n \Delta v_n = \Delta v_1 + \Delta v_2 + \dots$$

Jede Stufe hat eine eigene Masse m_0 und m_f sowie eine eigene Ausströmgeschwindigkeit v_e . Ansonsten gelten hier für die einzelnen Stufen weiterhin die Gleichungen des vertikalen Aufstiegs (4), (8), (9), (10) und das DGL-System beim Gravity Turn (17), (18), (19) und (20).

3 Simulation

In diesem Kapitel werden die in Kapitel 2 aufgestellten Differenzialgleichungen in Python-Simulationen angewandt, um die Flugbahn von Raketen vorhersagen zu können.

3.1 So machts die Nasa

Wie die meisten sicherlich wissen, besitzt die NASA extrem mächtige Hochleistungsrechner, welche zu den stärksten der Welt gehören, um unter anderem auch die Flugbahn von Raketen zu simulieren. Dabei führen sie gleich mehrere Millionen Simulationen durch, bei denen Variablen wie Gravitationsfelder, der sich ändernde Luftwiderstand, der Wind, der Schubverlauf der Triebwerke, die Massenänderung durch Treibstoffverbrauch sowie die

Erdrotation berücksichtigt und mit jeder Simulation leicht variiert werden. Dabei nutzen sie das selbsterstellte Programm Copernicus, welches regelmäßig geupdated wird und kostenlos zur Verfügung steht [vgl. 11].

Außerdem werden die sogenannten Monte-Carlo-Simulationen verwendet, ein Verfahren aus der Wahrscheinlichkeitstheorie. Dabei wird statt einer exakten Lösung eine Wahrscheinlichkeitsverteilung geliefert, indem man die Simulation tausende bis Millionen Male durchspielt und dabei Werte wie den Schub, Luftwiderstand, Neigung usw. leicht variiert, wodurch sich eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der möglichen Ergebnisse ergibt. [vgl. 17]

3.2 2D Simulation in Python

In der folgenden Simulation wird die Flugbahn der Saturn V unter Verwendung der in Kapitel 2 abgeleiteten Differenzialgleichungen modelliert. Dabei werden die einzelnen Stufen mit ihren realistischen Massen, Treibstoffmengen, Schubkräften und effektiven Ausströmgeschwindigkeiten berücksichtigt. Es werden mehrere Start-Pitch-Winkel simuliert, um den Einfluss des anfänglichen Nickwinkels auf Höhe, Geschwindigkeit und Flugbahn zu untersuchen. Die Simulation integriert die Bewegungsgleichungen numerisch.

Eine Simulation wird als erfolgreich bewertet, wenn die Rakete am Ende der Flugbahn mindestens eine Höhe von 185 km erreicht und gleichzeitig die orbitale Geschwindigkeit von $7,8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ erzielt. Erfüllt die Trajektorie eine dieser Bedingungen nicht, wird sie als nicht erfolgreich eingestuft. Den Code für die Simulation finden Sie im Anhang. [vgl. 11]

Tabelle 1: Ergebnisse der Flugsimulationen

Simulation	Endhöhe [km]	Endgeschwindigkeit [km/s]	Pitch-Angles [°]
1	498,08	6,002	[90, 80, 60, 45, 10]
2	646,15	5,757	[90, 85, 65, 50, 15]
3	345,09	6,259	[90, 75, 55, 40, 5]
4	200,00	6,509	[90, 70, 50, 35, 0]
5	200,00	6,465	[90, 80, 60, 30, 0]

In der Tabelle 1 wurden die Simulationsergebnisse dargestellt. In der ersten Simulation sieht man, dass die Rakete eine Höhe von ungefähr 500 km erreicht hat bei einer Geschwindigkeit von $6 \frac{\text{km}}{\text{s}}$. Dieser Flug stellt einen soliden Mittelweg dar, wobei die Pitch-Angles von 90° bis 10° zeigen, dass die Rakete bereits früh beginnt, sich in die Horizontale zu neigen. In der zweiten Simulation hat die Rakete eine Höhe von 650 km erreicht, was sich durch

die steilen Pitch-Angles erklären lässt. Jedoch reicht dort die Geschwindigkeit von $5,7 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ nicht aus, um die Rakete im Orbit zu halten. Den größten Erfolg in Bezug auf die Orbitalmechanik liefern die Simulationen 4 und 5. Hier wurde die Zielhöhe auf 200,00 km begrenzt, was fast der realen Höhe der Saturn V (ca. 185 km) entspricht. Durch das aggressivere Umlegen der Rakete (bis auf 0° Pitch) konnte die Endgeschwindigkeit auf bis zu $6,509 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ gesteigert werden.

4 Fazit

Die Optimierung einer Raketentrajektorie erweist sich in der Praxis als extrem herausfordernd. Wie die theoretischen Herleitungen in Kapitel 2 gezeigt haben, ist die Berechnung von Faktoren wie aerodynamischen Kräften, Gravitation und Triebwerksleistung über den gesamten Flugverlauf mathematisch sehr komplex. Da es für das System aus Differentialgleichungen unter Einbeziehung des Luftwiderstands keine analytische Lösung gibt, ist man zwingend auf die numerische Integration angewiesen, wie sie im Python-Modell umgesetzt wurde.

Obwohl die Simulationen das Grundprinzip des Gravity Turns verdeutlichen, stellen sie im Vergleich zur Realität ein stark vereinfachtes Modell dar. Die Berechnungen wurden nur in 2D durchgeführt und viele externe Einflüsse wurden vernachlässigt. Faktoren wie die Erdrotation, die besonders am Äquator wichtigen zusätzlichen Schwung liefert, oder reale Wetterdaten und Windstärken fehlten in der Simulation. Auch wurde die Rakete als Punktmasse betrachtet, was die aerodynamischen Instabilitäten beim Durchbrechen der Schallmauer nicht vollständig abbilden kann.

Aus diesen Gründen konnten die Simulationsergebnisse die exakten Anforderungen für einen stabilen Erdborbit noch nicht in allen Punkten erfüllen. Während die Zielhöhe erreicht wurde, blieb die Geschwindigkeit oft unter den theoretisch geforderten 7,9 km/s. Die NASA führt in der Praxis deutlich komplexere 3D-Simulationen durch, die Monte-Carlo-Methoden verwenden, um tausende von Variablen gleichzeitig zu berücksichtigen. Nur so kann eine maximale Treibstoffeffizienz und Sicherheit gewährleistet werden. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das Modell die physikalischen Grundlagen wie die Ziolkowski-Gleichung und den Effekt des Neigungswinkels erfolgreich bestätigt hat, für eine echte Mission jedoch weitaus mehr Rechenleistung und Parameter nötig wären.

5 Quellen

[1] Müller, Andreas: *Raketenbahnen*. Aus: <https://www.argoshpr.ch/j3/articles/knowhow/Recovery/Nomograms/Raketenbahnen.pdf>, Stand: 21.02.2026.

[2] Headed for Space, Wessel Wessels: *Gravity Turn*. Aus: <https://headedforspace.com/gravity-turn/>, Stand: 20.02.2026.

[3] Ingenieur.de: *Wie kommen Raketen in den Weltraum?*. Aus: <https://www.ingenieur.de/technik/fachbereiche/raumfahrt/wie-kommen-raketen-in-den-weltraum/>, Stand: 20.02.2026.

[4] Kennedy Space Center Tickets: *Saturn-V-Rocket*. Aus: <https://www.kennedyspacecenter-tickets.com/de/saturn-v-rocket/>, Stand: 24.02.2026.

[5] Kerbal Space Program Deutschland: *Gravity Turn Manöver*. Aus: <https://www.kerbalspaceprogram.de/lexicon/entry/64-gravity-turn-man%C3%B6ver/>, Stand: 01.03.2026.

[6] Kerbal Space Program Wiki: *Gravity turn*. Aus: https://wiki.kerbalspaceprogram.com/wiki/Gravity_turn, Stand: 26.02.2026.

[7] LEIFIphysik: *Raketenphysik*. Aus: <https://www.leifiphysik.de/mechanik/impulserhaltung-undstoesse/grundwissen/raketenphysik>, Stand: 27.02.2026.

[8] MINT-Zirkel / Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR): *Warum starten Raketen nach Osten?*. Aus: <https://mint-zirkel.de/wp-content/uploads/2020/03/04-Warum-starten-die-Raketen-nach-Osten.pdf>, Stand: 25.02.2026.

[9] MDPI: *Applied Sciences:* Aus: <https://www.mdpi.com/2076-3417/12/11/5685>, Stand: 28.02.2026.

[10] NASA: *Beginners Guide to Aeronautics: Flight to Orbit*. Aus: <https://www1.grc.nasa.gov/beginners-guide-to-aeronautics/flight-to-orbit/>, Stand: 01.03.2026.

[11] NASA: *Copernicus*. Aus: <https://www.nasa.gov/general/copernicus/>, Stand: 25.02.2026.

[12] Raumfahrer.net: *Gravity Turn Diskussion*. Aus: <https://forum.raumfahrer.net/index.php?topic=4996.0>, Stand: 28.02.2026.

[13] The Average Scientist: *Orbital insertion – A beginner's introduction*. Aus: <https://theaveragescientist.co.uk/2023/06/08/orbital-insertion-a-beginners-introduction-to-real-rocket-science/>, Stand: 22.02.2026.

[14] Massachusetts Institute of Technology (MIT): *Trajectory Lab Notes*. Aus: https://web.mit.edu/16.unified/www/FALL/systems/Lab_Notes/traj.pdf,

Stand: 26.02.2026.

[15] Wissenschaft.de: *Warum starten Raketen vertikal?*. Aus: <https://www.wissenschaft.de/astronomie-physik/warum-starten-raketen-vertikal/>, Stand: 22.02.2026.

[16] Wikimedia Foundation: *Gravity turn*. Aus: https://en.wikipedia.org/wiki/Gravity_turn, Stand: 23.02.2026.

[17] Wikimedia Foundation: *Monte-Carlo-Simulation*. Aus: <https://de.wikipedia.org/wiki/Monte-Carlo-Simulation>, Stand: 23.02.2026.

5.1 Verwendete KI Tools

ChatGPT: <https://chatgpt.com/>

[18] prompt: Erstelle mir bitte eine 2D Simulation in Python für Raketentrajektorien. Berücksichtige dabei bitte Dinge wie Luftwiderstand und die verschiedenen Phasen des Fluges. Es soll 5 Simulationsdurchläufe machen, wo jeweils der pitch angle in den einzelnen Phasen variiert werden soll und dann geschaut, ob die rakete in den Orbit kommt. Nimm dafür bitte die Saturn V als Rakete. Das ergebniss soll für die durchläufe die endhöhe, geschwindigkeit und die jeweils verwendeten pitch angles anzeigen.

Versicherung der selbständigen Erarbeitung und Anfertigung der Facharbeit

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit selbständig angefertigt, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt und die Stellen der Facharbeit, die im Wortlaut oder im wesentlichen Inhalt aus anderen Werken (auch aus dem Internet) entnommen wurden, mit genauer Quellenangabe kenntlich gemacht habe. Verwendete Informationen aus dem Internet sind nach Absprache mit der Fachlehrerin bzw. dem Fachlehrer vollständig im Ausdruck zur Verfügung zu stellen.

Bramsche, den _____

Unterschrift der Schülerin / des Schülers

Einverständniserklärung zur Veröffentlichung

Hiermit erkläre ich, dass ich damit einverstanden bin, wenn die von mir verfasste Facharbeit der schulinternen Öffentlichkeit zugänglich gemacht wird.

Bramsche, den _____

Unterschrift der Schülerin / des Schülers